

92/10/18

Άσκησης Φυλλαδίου #3

Άσκηση 1: Δείξτε ότι για κάθε θετικό n ισχύει $n! \leq n^n$

Μαθηματικά Έργου
 $P(n)$ για πρόταση
 (1) $P(1)$ ισχύει
 (2) υποθέτουμε ότι ισχύει $n P(n)$,
 τότε ισχύει $n P(n+1)$
 ή $P(n)$ ισχύει $\forall n \in \mathbb{N}$

$P(n) : n! \leq n^n$

(i) $1! = 1 \leq 1^1 \rightarrow$ Άρα $P(1)$ ισχύει

(ii) υποθέτουμε ότι $P(n)$ ισχύει, δηλαδή $n! \leq n^n$

$(n+1)! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n(n+1)$

$\overset{\text{υποθέτουμε}}{\leq} n!(n+1) = \underbrace{n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{n \text{-times}} (n+1)$
 $< \underbrace{(n+1)(n+1)(n+1) \cdot \dots \cdot (n+1)}_n (n+1)$
 $= (n+1)^{n+1}$

Άρα $(n+1)! \leq (n+1)^{n+1}$

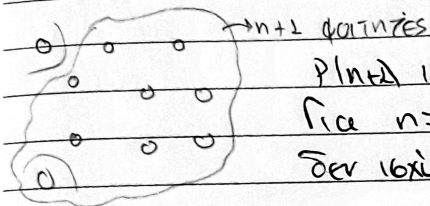
Άρα n πρόταση ισχύει $\forall n \in \mathbb{N}$

Θεώρημα: Όσα οι φασίγγες του μαθηματικού έχουν τον ίδιο αριθμό φασίγγων

$P(n)$: Κάθε υποσύνολο του συνόλου των φασίγγων του μαθηματικού με n στοιχεία έχει τον ίδιο αριθμό φασίγγων.

$P(2)$ ισχύει

Μοδελάρε το $P(n)$. Πάρνω $n+1$ φασίγγες και αποδεικνύω ότι έχει τον ίδιο αριθμό φασίγγων.



$P(n+1)$ ισχύει

Για $n=2$, $P(2)$ η απόδειξη καταρρέει, $\frac{0}{0}$

δεν ισχύει

Συστήματα Αριθμών

Δεκαδικό σύστημα αριθμών:

$$1204 = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 + 4$$

Δυαδικό σύστημα αριθμών:

$$10110111 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1$$

$$\text{επομένως} = 128 + 32 + 16 + 4 + 2 + 1 = 183$$

$$\cdot 125 = 10 \cdot 12 + 5 = (1 \cdot 10 + 2) + 5 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 5$$

$$\cdot 12 = 1 \cdot 10 + 2$$

$$125 = 2 \cdot 62 + 1 = 2(2 \cdot 31 + 0) + 1 = 2^2 \cdot 31 + 2 \cdot 0 + 1$$

$$= 2^2(2 \cdot 15 + 1) + 2 \cdot 0 + 1 = 2^3 \cdot 15 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1$$

$$= 2^3(2 \cdot 7 + 1) + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1 = 2^4 \cdot 7 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1$$

$$= 2^4(2^3 + 1) + 2^3 + 2^2 + 1 = 2^5 \cdot 3 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 1$$

$$= 2^5(2 \cdot 1 + 1) + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 1$$

$$= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$= (1111101)_2$$

Δωδεκαδικό σύστημα αριθμών :

$$33 = 12 \cdot 2 + 9 = (2 \ 9)_{12}$$

$$35 = 12 \cdot 2 + 11 = (2 \ A \ B)_{12}$$

10 = A δέκα επί

11 = B καινούργια ψηφία

2018-ικό σύστημα αριθμών :

πρέπει να εφεύρω άλλα 2008 νέα σύμβολα.